第1回　ニュートンとライプニッツ

〔1〕ニュートン(Isaac Newton，1642－1727)　数えで86歳　英　について

父親はニュートンが生まれる3か月前に死亡。母親は3歳の時に再婚をし、母方の祖母に預けられた。母との別れが、ニュートンの人間性の形成に深く影響した。グラマースクールでは、ラテン語、ギリシャ語、英語、近代史、算術を学び、少年時代は機械仕掛けのおもちゃや日時計に興味を持った。

1661年(20)ケンブリッジ大学トリニティカレッジに入学。大学はスコラ哲学的で、アリストテレスを重視していたが、ニュートンはデカルト、ボイル、ホッブスなどの影響を受け、哲学や科学への関心が強くなる。

1663年(22)～65年(24)太陽、星、惑星、彗星の天体観測や光学の研究をする。三角法を理解するためにユークリッド幾何学を学ぶ。その後数学書を独学し、数学的才能を高めた。法線決定の論文を書き、一般の二項定理を見出した。

1665年(24)ペストの流行。

1666年(25)驚異の年。故郷のウールソープで驚くべき大きな3つの発見をする。

①流率法と逆流率法

②光と色の新しい理念

③万有引力の発見

1671年(30)「無限級数と流率法」ラテン語の論文。英訳は1737年(没後10年)。

1687年(46)「プリンキピア」刊行。

1688年(47)英国はプロテスタントを容認し、近代的立憲国家を目指す。

1699年(58)造幣局長官。

1703年(62)王立協会の会長。ほとんど独裁者として、権威をふるった。

1727年(86)死亡。極めて堅い信仰の人であった。旧約聖書の文献学的研究や、歴史や神学に関する手稿も多く残された。

ニュートンは自らの研究成果を表に出すことを嫌っていました。彼の猜疑心やうかがい知れない複雑な性格もあり、自分の才能と偉大な力を内に閉じ込め、そこから尽きることのない創造力を得ていたように思われます。ニュートンを囲み、ニュートンと語り合い議論する数学者は育たなかったようです。「プリンキピア」も難解で、開かれた書物ではありませんでした。英国では、テイラーやマクローリンが関数の展開公式を導きましたが、数学は停滞してしまいました。

〔2〕ライプニッツ（Gottfried Wilhelm Leibnitz，1646－1716）数えで71歳　独

父親はライプチヒ大学の法学、倫理学の教授。ライプニッツが6歳の時に死亡。幼い時から非凡な才能の持ち主。ギリシャ語、ラテン語の文献に少年時代から接する。

1661年(16)ライプチヒ大学に入学し、法律学を学ぶ。

1667年(22)ドクトルの学位を取得し、ヨーロッパ各地を回る。ニュールンベルクで錬金術教会に加わる。旧主選挙候に推挙され神学、政治学に関する職務につく。この当時、30年戦争のあとドイツは暗い時代を迎えていた。一方フランスはルイ14世のもとで、政治、文化の面で頂点に達していた。

1672年(27)～76年(31)パリに滞在。数学の才能が開花した。

1673年(28)英国に旅行し、ニュートンのサークルで物理学や数学を学ぶ。パリに戻ってからホイヘンスと出会い数学の研究に没頭するようになった。パスカルやデカルトの書物から接線の問題を考え、微積分を発見するに至った。

1700年(55)ベルリン科学アカデミーを設立。

1714年(69)哲学における代表作「単子論」発表。

1716年(71)死亡。

ヨーロッパ大陸では、ライプニッツの微分記号dと積分記号∫が、新しい数学の旗印のようになって国を越えて広がり、数学は活発な学問の姿を示すこととなりました。学者間の交流も活発になり、数学は開かれた学問になったのです。

［ライプニッツの 基本的な構想とアイデア］

① 適切な記号が人間の思考にとってどれほど重要かを認識した最初の人。

② 面積と接線が互いに逆演算であることを確信した。

［気が付いたこと］

歴史上の人物の年齢は数え年で記述する方が合理的ではないかと思います。

中世から近代にかけてラテン語の果たす役割が大きかったようです。宗教と科学においてヨーロッパでは共通語としてのラテン語が必要であり、いろいろな言語を知らなくても比較的スムーズに外国で研究活動ができたのではないかと思われます。

次に、ニュートンが考えた二項定理の一般形について説明します。

［３］ニュートンによる一般の二項定理について説明します。

$S_n=\int_0^x(1-x^2)^{\frac{n}{2}}dx$　　とおいて考えます。（ただし、 n は 0 以上の整数）

（ｉ）　n が偶数のとき

$S_0=\int_0^x dx=x$

$S_2=\int_0^x(1-x^2)dx=x-\frac{x^3}{3}$

$S_4=\int_0^x(1-x^2)^2dx=x-\frac{2}{3}x^3+\frac{x^5}{5}$

$S_6=\int_0^x(1-x^2)^3dx=x-x^3+\frac{3}{5}x^5-\frac{x^7}{7}$

……　より

二項係数　$_pC_k=\frac{p(p-1)\cdots\cdots(p-k+1)}{k!}$　$(0\leqq k\leqq p)$を用いて表現しなおすと、

$S_4=\frac{{}_2C_0}{1}x-\frac{{}_2C_1}{3}x^3+\frac{{}_2C_2}{5}x^5$

$S_6=\frac{{}_3C_0}{1}x-\frac{{}_3C_1}{3}x^3+\frac{{}_3C_2}{5}x^5-\frac{{}_3C_3}{7}x^7$　　と書けるので、

$S_{2m}=\frac{{}_mC_0}{1}x-\frac{{}_mC_1}{3}x^3+\cdots\cdots+(-1)^m\frac{{}_mC_m}{2m+1}x^{2m+1}$　　(1)　　が成立します。

ここで、ニュートンは n の値が奇数の場合も(1)のような式が成立するのではないかと考えました。

p が正負の分数でも　$_pC_k=\frac{p(p-1)\cdots\cdots(p-k+1)}{k!}$　　と考えます。

ただし、$_pC_0=1$　p が1以上の整数で、$p-k+1\leqq 0$ のときは　$_pC_k=0$　とします。

（ii）　n が奇数のとき

$S_1=\int_0^x(1-x^2)^{\frac{1}{2}}dx=\frac{{}_{\frac{1}{2}}C_0}{1}x-\frac{{}_{\frac{1}{2}}C_1}{3}x^3+\frac{{}_{\frac{1}{2}}C_2}{5}x^5-\frac{{}_{\frac{1}{2}}C_3}{7}x^7+\cdots\cdots$

ここで　$_{\frac{1}{2}}C_0=1$　　$_{\frac{1}{2}}C_1=\frac{\frac{1}{2}}{1!}=\frac{1}{2}$　　$_{\frac{1}{2}}C_2=\frac{\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)}{2!}=-\frac{1}{8}$　　$_{\frac{1}{2}}C_3=\frac{\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)}{3!}=\frac{1}{16}$

などを代入すると

$S_1=x-\frac{1}{6}x^3-\frac{1}{40}x^5-\frac{1}{112}x^7-\cdots\cdots$　　①　　両辺を x で微分すると

$\frac{dS_1}{dx}=(1-x^2)^{\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{8}x^4-\frac{1}{16}x^6-\cdots\cdots$　　となりますが

ここで上の式が成立することを確かめます。

$$\left(1-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{8}x^4-\frac{1}{16}x^6-\cdots\cdots\right)^2$$

$$=1+\left(-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)x^2+\left(-\frac{1}{8}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}\right)x^4+0x^6+0x^8+\cdots\cdots$$

$$=1-x^2$$

よって成立します。

$n=3$ のときも同様に計算を行うと

$$S_3=\int_0^x(1-x^2)^{\frac{3}{2}}dx=\frac{{}_{\frac{3}{2}}C_0}{1}x-\frac{{}_{\frac{3}{2}}C_1}{3}x^3+\frac{{}_{\frac{3}{2}}C_2}{5}x^5-\frac{{}_{\frac{3}{2}}C_3}{7}x^7+\cdots\cdots$$

$$S_3=x-\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{40}x^5+\frac{1}{112}x^7+\cdots\cdots \qquad ③$$

両辺を x で微分すると

$$\frac{dS_3}{dx}=(1-x^2)^{\frac{3}{2}}=1-\frac{3}{2}x^2+\frac{3}{8}x^4+\frac{1}{16}x^6+\cdots\cdots$$

$n=3$ のときも両辺を２乗することにより成り立つことが確かめられます。

一般にｎが奇数のときは

$$S_n=\frac{{}_{\frac{n}{2}}C_0}{1}x-\frac{{}_{\frac{n}{2}}C_1}{3}x^3+\cdots\cdots+(-1)^m\frac{{}_{\frac{n}{2}}C_m}{2m+1}x^{2m+1}+\cdots\cdots \qquad (2)$$

(2) の両辺を x で微分することにより

$$(1-x^2)^{\frac{n}{2}}=1+\frac{\frac{n}{2}}{1!}(-x^2)+\frac{\frac{n}{2}\left(\frac{n}{2}-1\right)}{2!}(-x^2)^2+\frac{\frac{n}{2}\left(\frac{n}{2}-1\right)\left(\frac{n}{2}-2\right)}{3!}(-x^2)^3+\cdots\cdots$$

ここで、$-x^2$ を x 、$\frac{n}{2}$ を n に置き換えることにより

一般の二項定理

$$(1+x)^n=1+\frac{n}{1!}x+\frac{n(n-1)}{2!}x^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3+\cdots\cdots$$

（n：正負の分数）

このように、n が一般の分数の場合も二項定理が示されます。